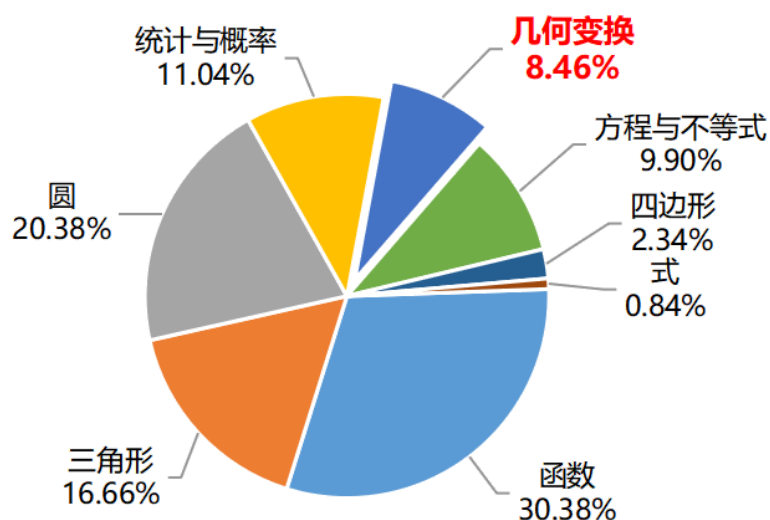


第1讲 旋转基础

旋转属于人教版教材第二十三章的内容，会与三角形、四边形的性质进行综合，是期中、期末考试的重要考察点。本模块《旋转初步》，重点包括旋转的性质，需要学生在理解性质的基础上，学会旋转模型，总结一定的解题思路，为后续综合练习奠定基础。

本模块难度适中，适用于基础知识的夯实，本模块分为旋转基础、旋转综合2讲内容，加油站与讲义内容完全对照，帮助学生巩固薄弱点和易错点。

知己知彼



知识点	难度	考频
旋转与中心对称	★	高
旋转与手拉手模型	★★★★	中
旋转与对角互补模型	★★★★	中
旋转与角含半角模型	★★★★	中

什么是旋转



观察以上两图：

如果把时针，当成一个图形，那么时针从10点到11点的的变化过程是绕着着一个点转动一定的角度。

风力发电的风车如上，请认识一下！风车的每一个叶片在风的吹动下，绕着中间轴，转到一个新的位置，这种运动我们把它称之为旋转。

一、旋转与中心对称

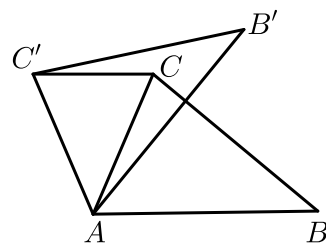
1. 旋转的定义

旋转定义	在平面内，将图形绕一个定点O沿某个方向（逆时针或顺时针）转动一定的角度，这样的图形变换叫做旋转．这个定点O叫做_____，转动的角称为_____． 图形上的点P经过旋转变为点P'，那么这两个点叫做旋转的_____． 如图，将$\triangle PMQ$绕点O顺时针旋转60°得到$\triangle P'M'Q'$，点_____是旋转中心，P与_____是对应点，M与_____是对应点，Q与_____是对应点，_____是旋转角．
旋转三要素	① _____；② _____；③ _____．
旋转性质	①对应点到旋转中心的距离_____．$OP=$_____$, OQ=$_____$, OM=$_____． ②对应点与旋转中心所连线段的夹角都_____旋转角． ③旋转前后图形_____．

🍌 举个“栗”子

栗子1

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle CAB = 65^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 在平面内绕点 A 旋转到 $\triangle AB'C'$ 的位置，使 $CC' \parallel AB$ ，则旋转角的度数为（ ）．



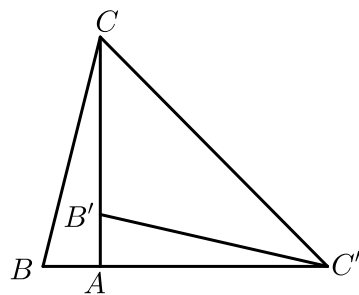
A. 35°

B. 40°

C. 50°

D. 65°

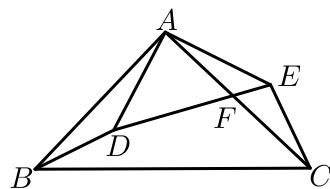
2. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 后得到的 $\triangle AB'C'$ （点 B 的对应点是点 B' ，点 C 的对应点是点 C' ），连接 CC' ．若 $\angle CC'B' = 32^\circ$ ，则 $\angle B$ 的大小是（ ）．



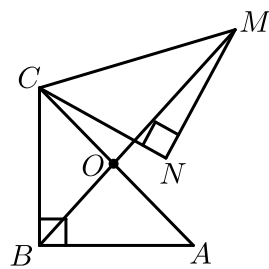
- A. 32° B. 64° C. 77° D. 87°

栗子2

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC = 10\text{cm}$ ，点 D 为 $\triangle ABC$ 内一点， $\angle BAD = 15^\circ$ ， $AD = 6\text{cm}$ ，连接 BD ，将 $\triangle ABD$ 绕点 A 按逆时针方向旋转，使 AB 与 AC 重合，点 D 的对应点为点 E ，连接 DE ， DE 交 AC 于点 F ，则 CF 的长为 _____ cm ．



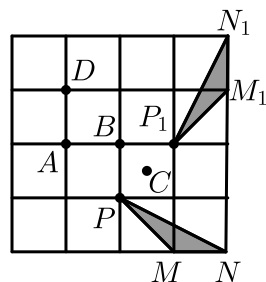
4. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = BC = \sqrt{2}$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 60° ，得到 $\triangle MNC$ ，连接 BM ，则 BM 的长是（ ）．



- A. 4 B. $\sqrt{3} + 1$ C. $\sqrt{3} + 2$ D. $\sqrt{7}$

栗子3

5. 如图，在 4×4 的正方形网格中， $\triangle MNP$ 绕某点旋转一定的角度，得到 $\triangle M_1N_1P_1$ ，则其旋转中心可能是（ ）.

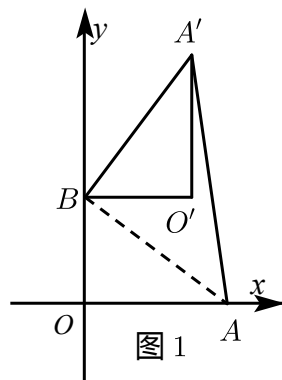


- A. 点A B. 点B C. 点C D. 点D

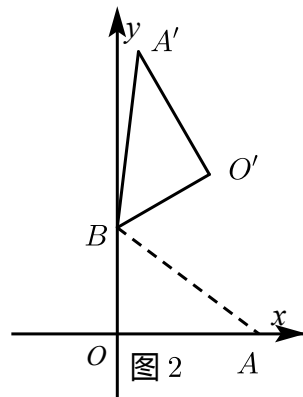
栗子4

6. 在平面直角坐标系中， O 为原点，点 $A(4,0)$ ，点 $B(0,3)$ ，把 $\triangle ABO$ 绕点 B 逆时针旋转，得 $\triangle A'BO'$ ，点 A 、 O 旋转后的对应点为 A' 、 O' ，记旋转角为 α 。

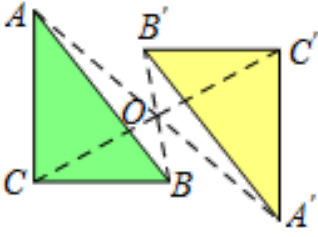
(1) 如图1，若 $\alpha = 90^\circ$ ，求 AA' 的长。



(2) 如图2，若 $\alpha = 120^\circ$ ，求点 O' 的坐标。



2. 中心对称与中心对称图形

中心对称定义	把一个图形绕着某一点旋转_____, 如果它能够与另一个图形_____, 那么就说这两个图形关于这个点对称或中心对称, 这个点叫做_____. 这两个图形在旋转后能重合的对应点叫做关于对称中心的_____. 
中心对称性质	中心对称的两个图形, 对称点所连线段都_____对称中心, 而且被对称中心所_____.

 举个“栗”子

 栗子5

7. 下列常用手机app的图标中, 是中心对称图形的是().



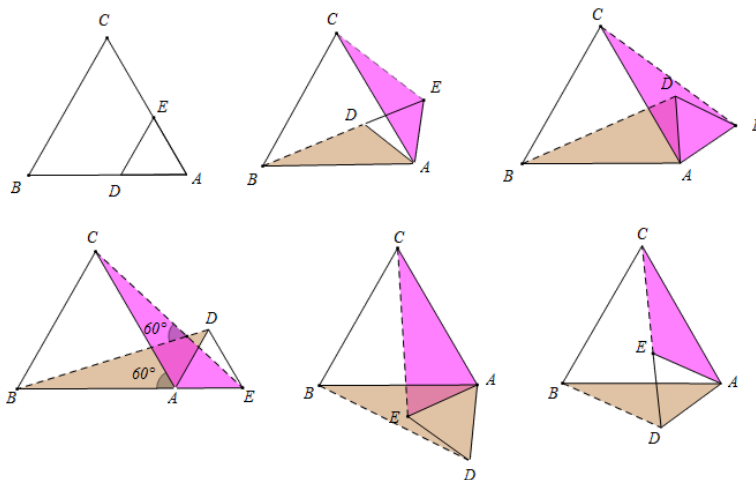
8. 下列图案中, 既是中心对称图形又是轴对称图形的是().



二、旋转与手拉手模型

1. 等边三角形中的手拉手旋转模型

等边 $\triangle ABC$ ，过 AB 边上一点 D 作 BC 边的平行线 DE 交 AC 于 E ，将 $\triangle ADE$ 绕点 A 逆时针旋转一周。



依题可知：

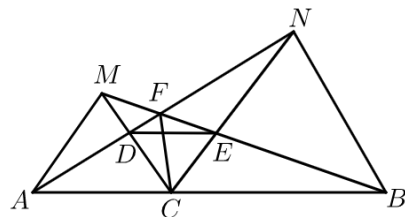
$\triangle ABC$ 、 $\triangle ADE$ 都是_____，由 A 点引发了两个共顶点的等边三角形，大手_____，小手_____，大手拉小手，通过“_____”可以证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ 。

！结论：无论旋转多少度，1、_____，
2、 BD 、 CE 所形成的锐角夹角为_____。

🍎 举个“栗”子

栗子6

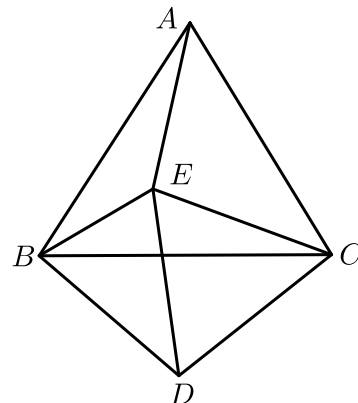
9. 如图，点 C 为线段 AB 上一点， $\triangle ACM$ 、 $\triangle CBN$ 是等边三角形。请你证明：



- (1) $AN = BM$.
- (2) $\angle MFA = 60^\circ$.

栗子7

10. 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 都是等边三角形，且 $\angle EBD = 66^\circ$ ，则 $\angle AEB$ 的大小= _____ 。

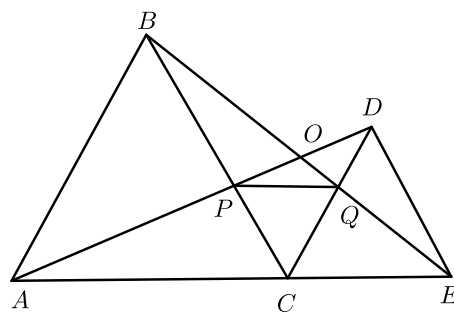


栗子8

11. 如图所示， C 为线段 AE 上一动点（不与点 A, E 重合），在 AE 同侧分别作正 $\triangle ABC$ 和正 $\triangle CDE$ ， AD 与 BE 交于点 O ， AD 与 BC 交于点 P ， BE 与 CD 交于点 Q ，连接 PQ 。以下四个结论：

- ① $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ ；
- ② $AD = BE$ ；
- ③ $\angle AOB = 60^\circ$ ；
- ④ $\triangle CPQ$ 是等边三角形。

其中正确的是（ ）。



A. ①②③④

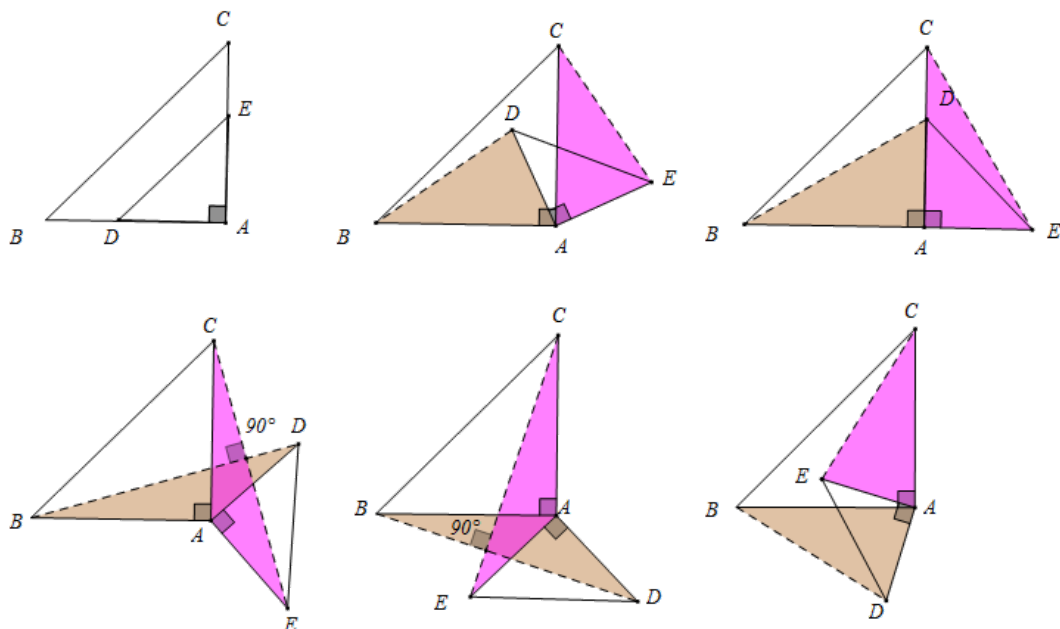
B. ②③④

C. ①③④

D. ①②③

2. 等腰直角三角形中的手拉手旋转模型

已知等腰直角三角形 $\triangle ABC$ ， $AB = AC$ ，过 AB 边上的一点 D 作 BC 边的平行线 DE 交 AC 于 E ，将 $\triangle ADE$ 绕点 A 逆时针旋转一周。



依题可知：

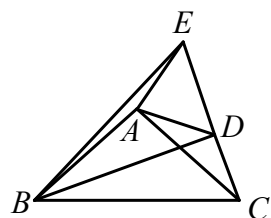
$\triangle ABC$ 、 $\triangle ADE$ 都是_____，由 A 点引发了两个共顶点的等腰直角三角形，大手_____，小手_____，大手拉小手，通过“_____”可以证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ 。

！结论：无论旋转多少度，1、_____，
2、 BD 、 CE 所形成的夹角为_____。

🍌 举个“栗”子

栗9

12. 已知：如图在 $\triangle ABC$ ， $\triangle ADE$ 中， $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ，点 C ， D ， E 三点在同一条直线上，连接 BD ， BE 。以下四个结论：① $BD = CE$ ；② $BD \perp CE$ ；③ $\angle ACE + \angle DBC = 45^\circ$ ；④ $BE^2 = 2(AD^2 + AB^2)$ ；其中正确结论的个数是（ ）。



A. 1

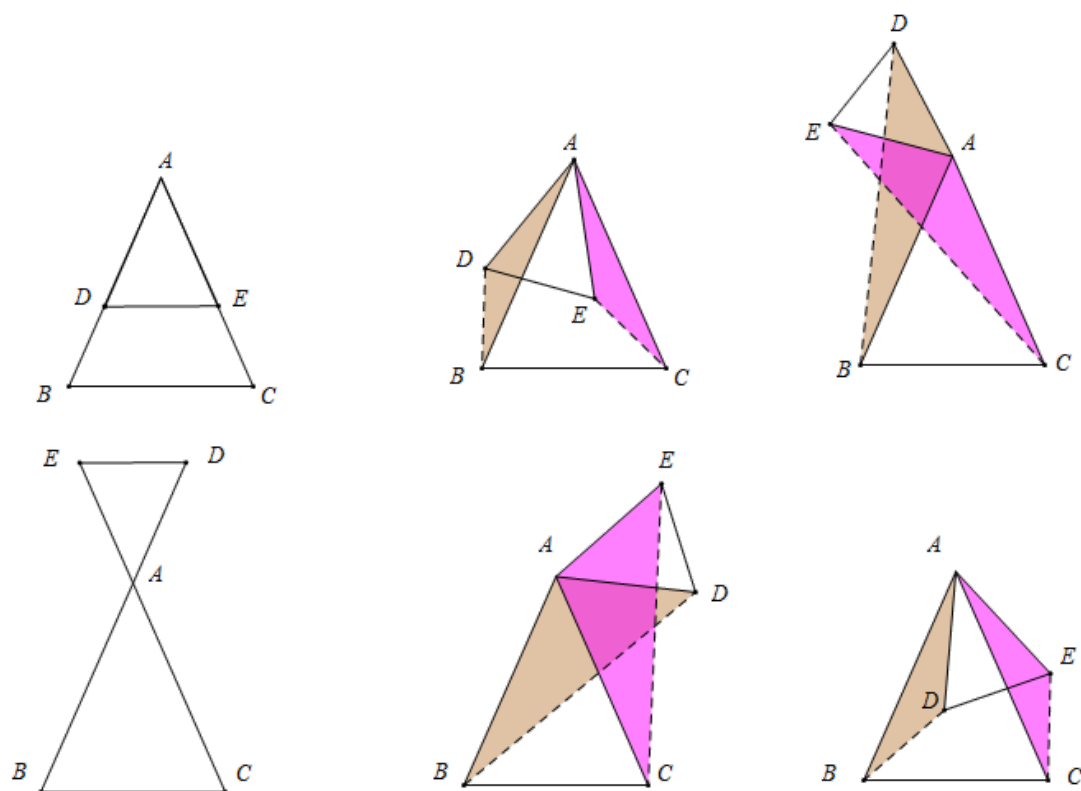
B. 2

C. 3

D. 4

3. 任意等腰三角形中的手拉手旋转模型

已知等腰 $\triangle ABC$ ， $AB = AC$ ，过 AB 边上的一点 D 作 BC 边的平行线 DE 交 AC 于 E ，将 $\triangle ADE$ 绕点 A 逆时针旋转一周。



依题可知：

由 A 点引发了两个共顶点的等腰三角形，大手_____，小手_____，
大手拉小手，通过“_____”可以证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ 。

！结论：

无论旋转多少度，1、_____，

2、 BD 、 CE 所形成的夹角有一角等于_____。

13. 完成下列各题 .

- (1) 如图1, $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 均为顶角为 α 的等腰三角形, 连接 BD 、 CE , BD 与 CE 、 AC 分别交于点 O 、点 P . 通过观察, 猜想:

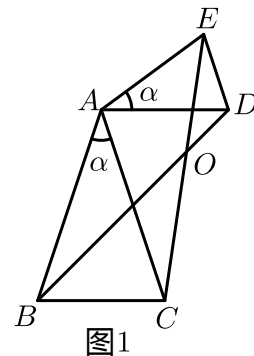


图1

- ① 线段 BD 和 CE 的数量关系为 _____ .
 - ② BD 和 CE 之间的夹角 $\angle BOC =$ _____ .
- (2) 现将图1中的 $\triangle ADE$ 绕着点 A 顺时针旋转一个角度, 得到图2, BD 的延长线与 CE 的延长线交于点 O , 与 AC 交于点 P , 问(1)中猜想的结论还成立吗? 若成立, 予以证明; 若不成立, 说明理由 .

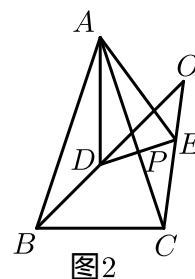


图2